



Livret de Mathématiques 3^{ème} → 2^{nde}

Ce livret s'adresse aux élèves qui s'apprêtent à entrer en classe de Seconde au lycée Jean Lurçat.

Ce livret a pour but de leur proposer une sélection d'exercices couvrant une large partie des enseignements de Troisième et qui ont été choisis pour leur permettre de faire le point sur les connaissances et les techniques nécessaires à une arrivée en Seconde dans de bonnes conditions.

Sa lecture n'a bien évidemment **aucun caractère obligatoire mais vous permettra une entrée au lycée plus sereine.**

Ne pas trouver même en y passant du temps, un exercice ne préjuge en rien de votre future réussite en seconde.

Ce livret est également, par nature, amené à évoluer en fonction de vos retours à la rentrée.

Ce livret est accompagné d'un livret avec les solutions des exercices et parfois des remarques sur leurs résolutions ainsi que d'un livret de rappel de cours.

Vous pouvez faire les exercices dans le désordre et de « picorer » dans les différentes parties du livret.

Il est important de savoir calculer dans la vie de tous les jours alors pendant les vacances, oubliez la calculatrice ou la fonction calculatrice de votre portable et profitez-en pour faire du calcul mental dès que c'est possible.

Utilisez aussi l'été pour faire tous les jeux logiques des magazines qui passeront entre vos mains.

Vous trouverez d'autres exercices ou livret sur internet.

0] Activités mentales : Questions flashes, bien sûr sans calculatrice

Effectuer : $(-11) + 3$	Effectuer : $(-4,7) + (-0,7)$	Effectuer : $(-4) - (-9)$	Effectuer : $7,8 - (-0,42)$
Effectuer : $3 \times (-7)$	Effectuer : $(-0,2) \times (-5)$	Effectuer : $(-5) \div 2$	Effectuer : $(-3) \div (-4)$
Effectuer : $\frac{-5}{3} + \frac{7}{3}$	Effectuer : $6 \times \frac{2}{-3}$	Effectuer : $\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{-1}{4}\right)$	Effectuer : $(-2) \div \frac{3}{2}$
Calculer la somme de (-5) et (-8)	Calculer le produit de (-4) par son opposé	Calculer l'opposé du double de (-6)	Calculer le quotient de (-1) par 4
Écrire (-6) sous la forme de la somme de deux nombres entiers	Écrire (-6) sous la forme du produit de deux nombres entiers	Écrire (-6) sous la forme du quotient de deux nombres entiers	Calculer les deux tiers de (-36)
Quel est le nombre qui, ajouté à (-3) donne 5 ?	Quel est le nombre qui multiplié par (-8) donne 4 ?	$5 + ? = -2$	$(-10) \times ? = -2$
Qui est le plus grand : (-5,2) ou (-5,4) ?	Qui est le plus petit : (-5,7) ou (-5,12) ?	Qui est le plus près de zéro : (-4,7) ou 4,13 ?	Qui est le plus près de (-1) : (-1,1) ou (-0,92) ?

I] Calculs avec des nombres relatifs : Exercices à faire sans calculatrice (Sauf Ex 4)

Ex 1 : Calculer :

$$A = 3 - 5 + 7 - 11 + 4$$

$$B = 11 - 8 + 4(-5 + 3)$$

$$C = 3 - 11 + 4(-3) - 5(-3)(-5)$$

Ex 2 : Soit $a = 3$; $b = -5$; $c = -3$. Calculer :

$$A = 2(5a - 2b)(a - 2c)$$

$$B = 2[3(a + b - c) + 4abc]$$

$$C = ab(a - b) + bc(a - c)$$

Ex 3 : Effectuer et réduire (Le résultat comporte des lettres)

$$A = 2(3a + b) - 5(2a - b) + 4(a - 4b)$$

$$B = 2(18a - 5b + c) - 7(3a + 2b - 5c)$$

$$C = (1 - a)(2 - a)(3 - a)$$

Ex 4 : Il manque des parenthèses. Placer des parenthèses pour que les égalités soient vraies

a) $2 \times 2 + 5^2 = 54$

b) $3^2 + 4 \times 2 = 26$

c) $2^2 + 3 \times 4 + 5 = 63$

d) $2^2 + 3^2 + 1 = 50$

II] Calcul fractionnaire : Exercices à faire sans calculatrice

Ex 1 : Calculer puis donner les résultats sous forme de fraction irréductible

$$A = \frac{2}{5} + 1$$

$$B = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$C = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$$

$$D = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{5}}$$

$$E = \frac{\frac{3}{2} - \frac{10}{6}}{\frac{2}{7} + \frac{1}{3}}$$

$$F = 3 - \frac{5}{1 + \frac{1}{3}}$$

Ex 2 : Calculer puis donner les résultats sous forme de fraction irréductible

$$A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$B = 2 - \frac{13}{7} + \left(1 + \frac{5}{2}\right)$$

$$C = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$$

$$D = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{4}$$

$$E = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \div \frac{3}{4}$$

$$F = \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right) \div \frac{1}{5}$$

Ex 3 : Calculer puis donner les résultats sous forme de fraction irréductible

$$A = \frac{1}{6} - \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} - 2$$

$$B = \frac{1 + \frac{1}{4}}{3} + \frac{5}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$C = \frac{2 + \frac{3}{5} - \frac{3}{2}}{3 + \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}}$$

Ex 4 : Répondre aux questions suivantes :

a) Donner le quart de 24.

b) Donner les deux tiers de 24

c) Compléter : $\frac{3}{4}$ d'heure = ... min

$\frac{9}{3} = \dots$;

$\frac{40}{10} = \dots$

d) Quelle fraction de l'année représente un trimestre ? un mois ? une semaine ?

e) Quelle fraction d'une journée représente 30 min ? 6 h ? 36 h ?

III] Puissances Exercices à faire sans calculatrice

Ex 1 : Ecrire les nombres sous la forme 2^n avec n entier relatif.

$$A = 2^{(3^2)}$$

$$B = (2^3)^2$$

$$C = 2^{(2^3)}$$

$$D = \frac{2^5}{2^3}$$

$$E = 2^2 \times 2$$

Ex 2 : Ecrire les nombres sous la forme $a^n b^p$ ou a^n avec n et p des entiers relatifs.

$$A = 2^2 \times 2^4$$

$$B = 3^4 \times 3^7 \times 3^3$$

$$C = (5^4)^6$$

$$D = (7^2)^5 \times 7^4$$

$$E = 7(7^7)^7 \times 7^4$$

$$F = [(5^4)^3]^2$$

$$G = (2^3 \times 3^4)^5$$

$$H = 2^3(2^5 \times 3^2)^4$$

Ex 3 : Ecrire les nombres sous la forme $a^n b^p$ ou a^n avec n et p des entiers relatifs et a et b des nombres premiers

$$A = 4^{-2} + 2^{-3}$$

$$B = \frac{3^4}{9^2}$$

$$C = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times (-3)^4$$

$$D = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \times 2^5$$

$$E = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$F = \left(\frac{3}{4} \times \frac{2}{9}\right)^2$$

$$G = \frac{14^2 \times 9^3}{3^5 \times 7}$$

$$H = \frac{15^3 \times 4}{6^2 \times 5^3}$$

$$I = \frac{(-18)^2 \times 5}{15^2 \times 3}$$

Ex4 : Ecrire à l'aide des puissances de 10, les nombres suivants :

- a) mille b) un milliard c) un millionième d) un million
 e) un millièrme f) un milliardième g) mille milliards

Ex 5 : Ecrire en notation scientifique

A = 0,0007 B = 12 000 000 C = 0,000 001 2
 D = 7450 E = 0,04000 F = 3500×0,0002
 G = 45 000×0,000 000 4 H = 3,2×10⁵×1,25×10⁻²

Ex 6 : Effectuer les calculs suivants et exprimer le résultat en écriture scientifique.

A = 2 × 10⁻⁵ × 3 × 10² B = - 0,05 × 10² × 4 × 10⁻¹ C = - 3,71 × 10⁴ × 2 × 10⁻⁴
 D = 0,33 × 10⁹ × 5 × 10⁻⁷ E = 40,02 × 10⁻³ × 8,51 × 10²
 F = $\frac{2 \times 10^3}{5 \times 10^2}$; G = - $\frac{23 \times 10^2}{10^4}$; H = $\frac{12 \times 10^3}{0,10}$;

IV] Racine carrée

Ex 1 : Compléter les pointillés

a. 3² = 9 donc $\sqrt{9} = 3$ b. 17² = 289 donc $\sqrt{\dots} = \dots$
 c. 4² = donc $\sqrt{\dots} = \dots$ d. 12² = 144 donc $\sqrt{\dots} = \dots$

Ex 2 : Calculer mentalement

a. $\sqrt{100} =$ b. $\sqrt{900} =$ c. $\sqrt{0,01} =$
 d. $\sqrt{\frac{9}{25}} =$ e. $\sqrt{\frac{49}{36}} =$ f. $\sqrt{\frac{121}{100}} =$

Exe 3 : Réduire les expressions :

Exemple : 3 $\sqrt{2}$ + 5 $\sqrt{2}$ - 7 $\sqrt{2}$ + 2 $\sqrt{2}$ = (3 + 5 - 7 + 2) $\sqrt{2}$ = 3 $\sqrt{2}$

A = 5 $\sqrt{5}$ - 6 $\sqrt{3}$ - 8 $\sqrt{3}$ + $\sqrt{5}$ = B = -4 $\sqrt{11}$ + 11 $\sqrt{13}$ + 13 $\sqrt{11}$ =
 C = 3 $\sqrt{7}$ - 3 $\sqrt{5}$ - 5 $\sqrt{7}$ + 7 $\sqrt{5}$ = D = -8 $\sqrt{2}$ - 2 $\sqrt{11}$ + 3 $\sqrt{11}$ - 7 $\sqrt{2}$ =

Ex 4 : Calculer les produits

Exemple : $\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 3 \times 2 = 6$ 2 $\sqrt{7} \times 5\sqrt{7} = 2 \times 5 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} = 10 \times 7 = 70$

A = 3 $\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} =$ B = - $\sqrt{2} \times \sqrt{2} =$
 C = -3 $\sqrt{2} \times (-5\sqrt{2}) =$ D = 7 $\sqrt{3} \times (-2\sqrt{3}) =$
 E = 5 $\sqrt{5} \times (-2\sqrt{5}) =$ F = $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} =$

Ex 5 : Ecrire les nombres suivants sous la forme n \sqrt{m} , où n et m sont des entiers, m étant le plus petit possible.

a = $\sqrt{8}$; b = $\sqrt{45}$; c = $\sqrt{147}$; d = $\sqrt{99}$.
 e = $\sqrt{18} - \sqrt{8} + 2\sqrt{2}$ f = 2 $\sqrt{3} - \sqrt{75} + 4\sqrt{27}$.

Ex 6 : Ecrire sans utiliser la calculatrice sous la forme d'un nombre entier :

a = $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$; b = $\frac{\sqrt{112}}{\sqrt{28}}$; c = $\frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{3} \times \sqrt{15}}$; d = $\frac{\sqrt{500}}{\sqrt{5}}$

Ex 7 : Ecrire sans utiliser la calculatrice sous la forme d'une fraction d'entiers :

a = $\frac{\sqrt{27}}{2\sqrt{3}}$; b = $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{567}}$; c = $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{169}}$

V] Nombres premiers

Ex 1 : Les nombres entiers suivants sont-ils premiers ?

2 ; 17 ; 39 ; 57 ; 79 ; 131 ; 123 322 ; 7 777 77

Ex 2 : Décomposer en produit de facteurs premiers

72 ; 75 ; 81 ; 121 ; 1 000 ; 4 096

Ex 3 : Décomposer en produit en facteur premiers 80 et 112. Puis écrire $\sqrt{80}$ et $\sqrt{112}$

Sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers naturels et b le plus petit possible.

Ex 4 : Après avoir décomposé le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers, rendre

irréductible : $\frac{68}{52}$ puis $\frac{18}{24}$.

Ex 5 : a) Décomposer 118 et 177 en produits de facteurs premiers puis, après réduction au même dénominateur,

calculer : $\frac{15}{118} + \frac{11}{177}$

b) Faire de même avec $\frac{2}{75} - \frac{3}{50}$ puis $\frac{1}{56} - \frac{3}{49} + \frac{5}{42}$

VI] Développement

Ex 1 : Développer et réduire :

a. $3(x + 4) =$

b. $-5(3 - 2x) =$

c. $(2x + 8)(3 + x) =$

d. $(-2 + 5x)(2x - 3) =$

e. $5 - 2(x - 5) - 8(3 + 2x) =$

f. $a(a + 1) - (a + 2)(a + 3) =$

Ex 2 : Développer et réduire :

a. $7(4 - 3x) =$

b. $(-5 + 8x)(4x - 3) =$

c. $(7x + 4)(3x + 2) =$

d. $9 - 5(x - 3) =$

e. $(3x - 6)(8 - 4x) =$

f. $[7 - 5(x - 3)](2x - 4) =$

g. $(2x + 3)(2 - 3x) - (5 - 3x)(x + 4) =$

Ex 3 : Développer en utilisant les identités remarquables :

a. $(3x - 5)^2 =$

b. $(6 + 3x)(6 - 3x) =$

c. $(9 + 5x)^2 =$

d. $(5 + \sqrt{3})^2 =$

e. $(2x + 3)^2 =$

f. $(4 - x)^2 =$

g. $(7 - 5x)(7 + 5x) =$

h. $(3x - 2)(3x + 2) =$

i. $(3x - 8)^2 =$

j. $(-5 - 2x)^2 =$

k. $u^2 - (3 + u)^2 =$

h. $(x - 2)^2 - (x - 4)^2 =$

Ex 4 : Ecrire sous la forme « $a + b\sqrt{c}$ » (a, b et c sont des entiers relatifs) :

Exemple : $2(3 + \sqrt{5}) = 2 \times 3 + 2 \times \sqrt{5} = 6 + 2\sqrt{5}$

A = $3(6 - \sqrt{2}) =$

B = $-3(5\sqrt{3} - 7) =$

C = $\sqrt{3}(4 + \sqrt{3}) =$

D = $3\sqrt{2}(4 + \sqrt{2}) =$

E = $-2\sqrt{5}(3\sqrt{5} + 2) =$

F = $-9\sqrt{11}(-2\sqrt{11} - 6) =$

Ex5 : Développer et écrire sous la forme « $a + b\sqrt{c}$ » (a, b et c sont des entiers relatifs) :

A = $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 3) =$

B = $(\sqrt{5} + 2)(1 + \sqrt{5}) =$

C = $(2\sqrt{5} + 2)(1 - 3\sqrt{5}) =$

D = $(5\sqrt{2} - 4)(3 - 8\sqrt{2}) =$

E = $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) =$

F = $(\sqrt{3} - 2\sqrt{5})(5\sqrt{5} - \sqrt{3}) =$

VII] Factorisation

Ex 1 : Factoriser après avoir reconnu un facteur commun.

a) $x^2 - 2x =$

b) $-25x^2 + 9x =$

c) $(4x - 3)(x + 1) + x(4x - 3) =$

d) $(2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1) =$

e) $3(x - 4)^2 + (x + 2)(x - 4) =$

f) $-(x + 1)(x - 1) + 3x(x - 1) =$

g) $(2x - 5)^2 - 3(1 - x)(2x - 5) =$

h) $(3x - 1)(x - 2) - 3x(2 - x) =$

i) $(5 + x)(4 - 3x) + (3x - 4)(x - 4) =$

Ex 2 : Factoriser après avoir remarqué des produits remarquables.

a) $x^2 + 6x + 9 =$

b) $49 - 25x^2 =$

c) $25x^2 - 40x + 16 =$

d) $x^2 - 16x + 64 =$

e) $-1 + 4x^2 =$

f) $30x + 9 + 25x^2 =$

g) $(-x + 2)^2 - 4x^2 =$

h) $2x^2 - 16x + 32 =$

i) $49x^2 - (3x - 4)^2 =$

j) $-9(x + 1)^2 + 4 =$

VIII] Equations

Ex 1 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1] a) $3x = 5$

b) $-5x = 3$

c) $7x = 0$

2] a) $-7x = -5$

b) $\frac{3}{2}x = \frac{5}{4}$

c) $-\frac{5}{3}x = \frac{2}{9}$

3] a) $5x + 8 = 0$

b) $5 - 4x = 0$

c) $3x + 4 = 2x + 9$

4] a) $2x + 3 = 3x - 5$

b) $5x - 1 = 2x + 4$

c) $3x + 1 = 7x + 5$

Ex 2 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes après avoir développé :

1] a) $5 - (x - 3) = 4x - (3x - 8)$

b) $2 + x - (5 + 2x) - 7 = 3x + 7$

2] a) $4x + 3 - (x + 1) + 5 = 5x + 7$

b) $2x + 1 - (2 + x) - 7 = 3x + 7$

3] a) $5(x - 1) + 3(2 - x) = 0$

b) $7(x + 4) - 3(x + 2) = x + 7$

4] a) $2(x - 1) - 3(x + 1) = 4(x - 2)$

b) $8(4 - 3x) + 1 = 53 - 3(x - 5)$

5] a) $13x + 2 - (x - 3) = x - 5 - 3(x + 12) + 4x$

b) $(x + 2)(x + 1) = (x + 4)(x - 5)$

6] a) $6 - 4(x - 5) + x - 4 = 2(x + 2)$

b) $7 - 5(x - 3) + x - 4 = 3(x + 3)$

Ex 3 : Résoudre :

1) $(5x - 1)(1 + 2x) = 0$

2) $(4 - x)(3x + 5) = 0$

3) $(x + 4)(3 - x) = 0$

4) $(7 - x)(3x + 2) = 14$

5) $7x(3 - 11x)(6x + 15) = 0$

6) $5x(3 - 11x)(6x + 15) = 0$

IX] Fonction affine

Ex 1 : Pour chacune des fonctions suivantes :

• f est définie par $f(x) = 4x - 5$

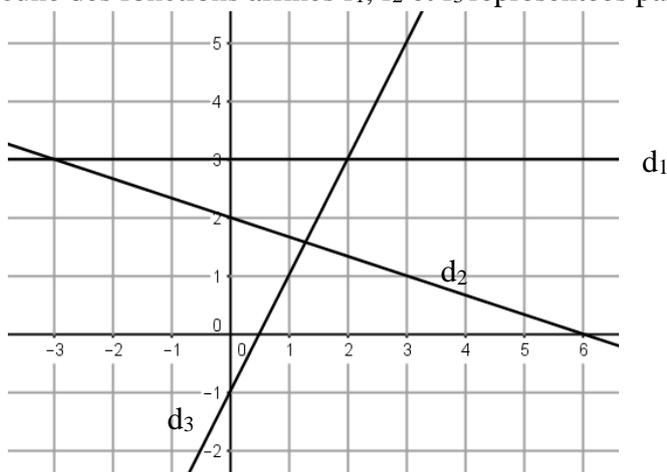
• g est définie par $g(x) = 2 + \frac{1}{2}x$

• h est définie par $h(x) = -\frac{1}{5}x + 2$

• i est définie par $i(x) = -3$

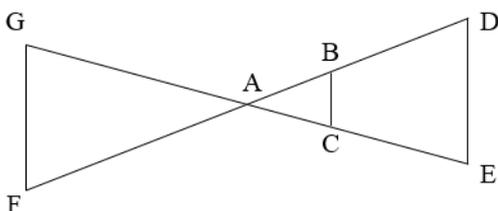
- Déterminer le sens de variation de la fonction.
- Représenter graphiquement la fonction (toutes les fonctions seront représentées sur un même graphique).
- Déterminer le tableau de signes de la fonction

Ex 2 : Déterminer chacune des fonctions affines f_1 , f_2 et f_3 représentées par les droites d_1 , d_2 et d_3 .



X] Géométrie

Ex 1 : La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle.



Les droites (BC), (DE) et (GF) sont parallèles.
 $AC = 4,5$; $BC = 3$; $AB = 5$; $DB = 2$ et $AF = 6$.

Calculer les données manquantes :
GF, GA, CE et DE

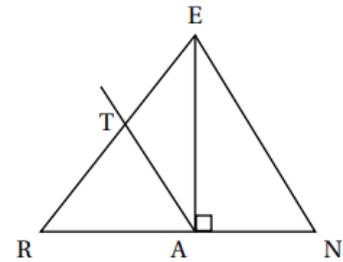
Ex 2 : (Brevet 1998) Dans un triangle ERN, on donne : EN = 9 cm, RN = 10,6 cm, $\widehat{ENR} = 60^\circ$.

La hauteur issue de E coupe le côté [RN] en A.

La parallèle à (EN) passant par A coupe le côté [RE] en T.

Le schéma n'est pas à l'échelle.

1. a. Prouver que AN = 4,5 cm.
b. Calculer EA (on arrondira au dixième de centimètre).
2. a. Calculer AR.
b. Calculer TA (on arrondira au dixième de centimètre).
c. Calculer la mesure de l'angle \widehat{ERA} (on arrondira au degré).



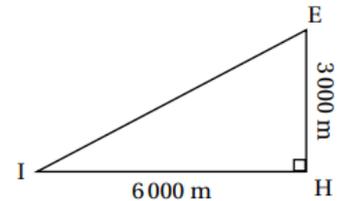
Ex 3 : Brevet 1998 :

La famille Y, en vacances au bord de la mer, veut s'offrir une excursion en bateau, à l'île I.

La distance IH entre l'île et la côte supposée rectiligne est 6 000 m.

La distance de l'embarcadere E (lieu de départ du bateau) à H est 3 200 m.

1. Calculer l'angle \widehat{EIH} (on donnera une valeur arrondie au degré près).
2. Calculer la longueur EI en kilomètres du trajet effectué par le bateau.
3. La vitesse moyenne du bateau est de 24 km/h. Calculer la durée du trajet en minutes.

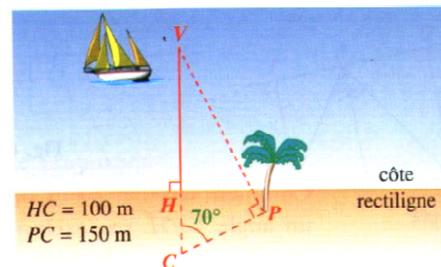


Ex 4 : Quelle est la distance entre le voilier et la côte ?

HC = 100 m

PC = 150 m

$\widehat{VCP} = 70^\circ$



XI] Proportionnalité

Ex 1 : a) Pour parcourir 430 km, un automobiliste a consommé 29,24 litres d'essence.

Quelle est la consommation moyenne de son véhicule pour 100 km ?

b) Le réservoir de sa voiture a une capacité de 55 litres. Combien peut-il parcourir de kilomètres sans faire le plein ?

Ex 2 : Une voiture roule à la vitesse moyenne de 85 km/h. Combien de temps lui faut-il pour parcourir 425 km ?

Ex 3 : En 80 minutes, une voiture effectue un trajet de 78 km. En supposant que la vitesse de la voiture est constante, déterminer en combien de temps elle parcourra 195 km.

Ex 4 : Un manège fait 24 tours en 5 minutes.

En combien de temps (minutes et secondes) fait-il 38 tours ?

Combien de tours fait-il en 4 minutes 10 secondes ?

Exercice 5 : Sachant que 6 poules pondent 6 œufs en 6 jours, combien 12 poules pondent-elles d'œufs en 12 jours ?

XII] Problème du 1^{er} degré

Problème n° 1 : Comment reconnaît-on un nombre pair ? un nombre impair ?

Quels sont les 5 premiers nombres pairs ? Quels sont les 5 premiers nombres impairs ? Comment passe-t-on d'un nombre pair au nombre pair suivant ? Comment passe-t-on d'un nombre impair au nombre impair suivant ?

- a) Trouver 3 nombres entiers consécutifs (qui se suivent) dont la somme est 129.
- b) Trouver 3 nombres pairs consécutifs dont la somme est 144.
- c) Trouver 3 nombres impairs consécutifs dont la somme est 633.

Problème n° 2 : Un commerçant veut écouler 100 chemises démodées. Il réussit à en vendre 43 au prix initial. Il consent alors un rabais de 1 € par chemise et en vend ainsi 17. Il liquide le reste à 1,5 € l'unité.

Calculer le prix initial d'une chemise, sachant qu'il a encaissé en tout 1 243 € ?

XIII] Raisonnement

Ex 1 : Sophie dit à sa sœur : « tu as quatre ans de moins que moi, mais dans deux ans le triple de mon âge sera égal au quadruple du tien ». Déterminer l'âge de Sophie et de sa sœur.

Ex 2 : Un garçon dit toujours la vérité le jeudi et le vendredi. Il ment toujours le mardi. Et les autres jours, il ment ou dit la vérité au hasard. Sept jours de suite, on lui demande son prénom.

Voici, dans l'ordre, ses réponses des six premiers jours : John, Bob, John, Bob, Pit, Bob.

Quelle est sa réponse le septième jour ?