Rappels :

I] Calculs avec des nombres relatifs

Addition de deux nombres relatifs

• Deux nombres de même signe : $+3+7=10$ $\quad -3-7=-10$

On ajoute les valeurs des nombres et on garde le signe

• Deux nombres avec des signes différents : $+3-7=-4$ $\quad -3+7=4$

On fait la différence 7 – 3 (le plus grand moins le plus petit) et on garde le signe du plus grand.

Règles des signes pour la multiplication et de la division :

$(+)\times(+)=+$ $\quad (+)\times(-)=-$ $\quad (-)\times(+)=-$ $\quad (-)\times(-)=+$

$\frac{+}{+}=+$ $\quad \frac{+}{-}=-$ $\quad \frac{-}{+}=-$ $\quad \frac{-}{-}=+$

Attention : $\frac{-2}{3}=\frac{2}{-3}=-\frac{2}{3}$ Alors que $\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$

II] Calcul fractionnaire :

$\frac{a}{b}=\frac{ka}{kb}$ $\quad \frac{a}{1}=a$ $\quad \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ $\quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ $\quad \frac{1}{\frac{c}{d}}=\frac{d}{c}$

$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$; Pour ajouter deux quotients, il faut qu'ils aient le même dénominateur

III] Puissances Exercices à faire sans calculatrice

Définition : $a^n=\underbrace{a\times a\times\ldots\times a}_{\textbf{n fois}}$

$a^n\times a^p=a^{n+p}$ $\quad (a^n)^p=a^{n\times p}$ $\quad (ab)^n=a^n\times b^n$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

$a^1=a$ $\quad a^0=1$ $\quad \frac{1}{a^n}=a^{-n}$ $\quad \frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$

Notation scientifique

Tout nombre réel x strictement positif peut s'écrire sous la forme $a\times10^n$ avec $1\leq a<10$ et n entier relatif.

IV] Racine carrée

Définition : Soit a un nombre réel positif. On note $\sqrt{a}$ l'unique nombre réel positif dont le carré est égal à a.

Propriété : • pour $a\geq0$ on a : $\sqrt{a}\geq0$

$(\sqrt{a})^2=\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$ et $\sqrt{a^2}=\sqrt{a\times a}=a$

• Pour $a\geq0$ et $b\geq0$

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ici $b>0$

ATTENTION : $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$

V] Nombres premiers

Un nombre premier est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs distincts positifs : 1 et lui même.

Exemples:
0 n'est pas premier car il possède une infinité de diviseurs.
1 n'est pas premier (car il n'a qu'un seul diviseur: 1).
2 est premier (c'est d'ailleurs le seul nombre pair premier)
10 n'est pas premier car 10 a quatre diviseurs positifs : 1, 2,5, 10.
Les premiers nombres premiers sont: 2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13 , 17 , 19, …

VI et VII] Développement et Factorisation

• **Développer** une expression, c'est l'écrire sous la forme d'une somme ou d'une différence.
• **Factoriser** une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

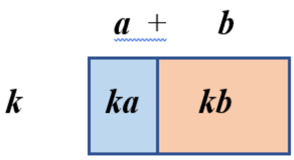
on a développé

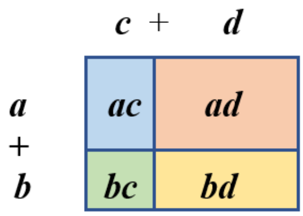
produit → $3 \times (x + 1) = 3x + 3$ ← **somme**

on a factorisé

• **Distributivité, développement :**

k* (*a* + *b*) = *k* × *a* + *k* × *b ***k* (*a* –*b*) = *k* × *a* – *k* × *b*** **(*a* + *b*)(*c* + *d*) = *ac* + *ad* + *bc* + *bd***



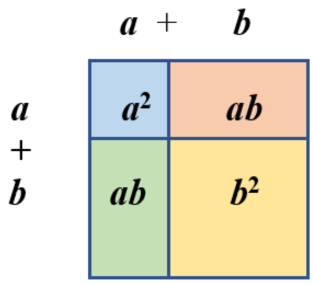


• **Identités remarquables**

développement →

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

← **factorisation**



• **Factorisation**

Une expression est factorisée lorsqu'elle est constituée d'un produit de facteurs (sans addition ni soustraction à l'extérieur des parenthèses).

Pour factoriser, on se demande d'abord s'il y a un facteur commun.
S'il n'y en a pas, on essaye de reconnaître une identité remarquable.

S'il y a un facteur commun : Souligner le facteur commun, le mettre en facteur, puis écrire entre crochets ce qui n'est pas souligné : il doit y avoir autant de termes dans les crochets que dans la somme initiale. Ensuite, réduire l'expression entre crochets.

Exemple : Factoriser après avoir reconnu un facteur commun.
• $9x^2 + 3x = \underline{(3x)}\times(3x) + \underline{3x} = \underline{(3x)}(3x + 1)$
Attention de ne pas oublier le 1 dans la deuxième parenthèse

• $(2x - 1)\underline{(3x + 7)} - 4\underline{(3x + 7)}(x - 5) = \underline{(3x + 7)}[(2x - 1) - 4(x - 5)] = (3x + 7)(-2x + 19)$
Pour bien factoriser, il suffit de souligner le facteur commun puis de l'écrire en 1^er^ puis dans le crochet de recopier tout ce qu'on n'a pas souligner sans changer l'ordre ni les signes.

Factoriser après reconnu une identité remarquable
$4x^2 + 16x + 16 = (2x + 4)^2$ (on utilise : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ avec $a = 2x$ et $b = 4$)
$64 - 9x^2 = (8 - 3x)(8 + 3x)$ (on utilise : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = 8$ et $b = 3x$)

VIII] Equations

Résolution d'une équation du premier degré

I] Règles de base

Règle 1 : On ne change pas une équation si l'on ajoute ou retranche un même nombre de chaque côté de l'égalité

• Exemple : Soit l'équation : $2x + 3 = 5$
• Ajoutons (-3) de chaque côté de l'égalité, on a donc : $2x + 3 - 3 = 5 - 3$
• On obtient alors $2x = 2$

Remarque : Nous pouvons faire deux remarques

1) Dans la pratique on retiendra le raccourci, que tout le monde retient, pour faire passer un terme de l'autre côté de l'égalité, on le change de signe : de $2x + 3 = 5$ on fait passer le 3 de l'autre côté donc $2x = 5 - 3$
2) Cette règle permet de laisser l'inconnue à gauche de l'égalité. On dit qu'elle permet d'isoler l'inconnue.

Exemple : Soit l'équation : $5x + 7 = -3 + 2x$
• On isole l'inconnue en déplaçant le 7 et le $2x$, on obtient : $5x - 2x = -7 - 3$
• On regroupe les termes : $3x = -10$

Règle 2 : On ne change pas une équation si l'on multiplie ou divise par un même nombre non nul chaque terme de l'égalité.

Exemples : Soit les équations : $2x = 1$ et $3x = -10$

• On divise par 2 la première et par 3 la seconde, on obtient alors : $x = \frac{1}{2}$ et $x = -\frac{10}{3}$

⚠ Dans cette deuxième règle, on ne change pas le signe. En effet, on ne dit pas "*dans l'équation* $2x = 1$ *le* 2 *passe de l'autre côté donc il change de signe*". On divise tout simplement.

Remarque : Cette deuxième règle permet de déterminer l'inconnue une fois celle-ci isolée.

II] Exemples de résolution

1. Tout simple :

Soit l'équation : $3x - 5 = -x + 2$
• On isole l'inconnue : $3x + x = 5 + 2$
• On regroupe les termes : $4x = 7$
• On divise par 4 donc : $x = \frac{7}{4}$
• On conclut par l'ensemble solution : $S = \left\{\frac{7}{4}\right\}$

2. Avec des parenthèses :

Soit l'équation : $7(x + 4) - 3(x + 2) = 3(x - 1) - (x + 7)$
• On enlève les parenthèses : $7x + 28 - 3x - 6 = 3x - 3 - x - 7$
• On isole l'inconnue : $7x - 3x - 3x + x = -28 + 6 - 3 - 7$
• On regroupe les termes : $2x = -32$
• On divise par 2 : $x = -16$
• On conclut par l'ensemble solution : $S = \{-16\}$

IX] Fonction affine

• Définition :
Soit a et b deux réels.
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par **f(x) = $ax + b$** est appelée fonction affine.
Sa représentation graphique est une droite d'équation $y = ax + b$.

Cas particulier : Si $b = 0$, alors f(x) = ax, la fonction est alors une fonction linéaire.
Sa représentation graphique passe par l'origine du repère.

•Sens de variation :

Si $a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
f(x) = $ax + b$	$-\infty$ ↗	0 ↗	$+\infty$

Si $a < 0$

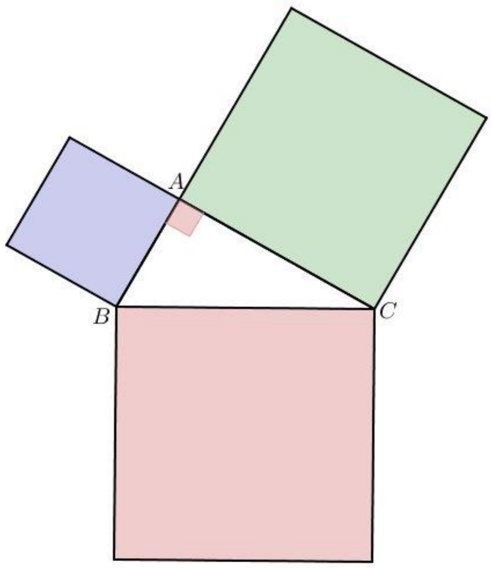
x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
f(x) = $ax + b$	$+\infty$ ↘	0 ↘	$-\infty$

X] Géométrie

• Théorème de Pythagore : Si un triangle est rectangle, alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

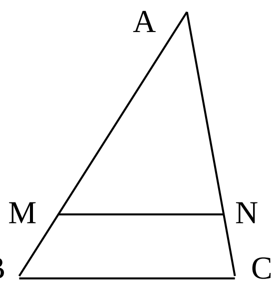
Si un triangle ABC est rectangle A,
Alors
$BC^2 = AB^2 + AC^2$

• Réciproque du Théorème : Si le carré du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

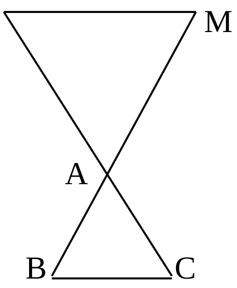


• Théorème de Thalès

Si ABC et AMN sont deux triangles tels que :
• le point M est sur la droite (AB),
• le point N est sur la droite (AC),
• les droites (MN) et (BC) sont parallèles,
Alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



ou



• Réciproque du théorème de Thalès
ABC est un triangle, M un point de (AB) et N un point de (AC). La place de A par rapport à M et B est la même que par rapport à N et C. Cela signifie que A est soit extérieur à la fois à [BM] et à [CN], soit à la fois entre B et M et entre C et N.
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ **alors** les droites (MN) et (BC) sont parallèles.